

Ableitungen Spezial

50 Ableitungen von e-Funktionen

Hier findest du 50 Ableitungen zu e-Funktionen mit ausführlichen Lösungen. Auf ins Vergnügen!

Du findest Aufgaben, bei denen du folgende Regeln anwenden musst:

- Summenregel
- Faktorregel
- Produktregel
- Quotientenregel
- Kettenregel
- Kombination mehrerer Regeln

Alle Rechnungen sind so ausführlich wie möglich dargestellt, sollte dir der eine oder andere Rechenschritt zu einfach vorkommen, super, das kann ja nicht schaden! Alle anderen, die es wirklich ausführlich mögen, kommen hier voll auf ihre Kosten.

Übersicht aller Funktionen (1)

1	$f(x) = e^x$	Die einfachste e-Funktion!
2	$f(x) = e^x + 3$	Summenregel
3	$f(x) = 2 \cdot e^x$	Faktorregel
4	$f(x) = e^{x+3}$	
5	$f(x) = e^{5x-2}$	
6	$f(x) = -e^{x+1}$	Faktorregel
7	$f(x) = -e^{-3x}$	Faktorregel
8	$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x^2}$	Faktorregel
9	$f(x) = -4 \cdot e^{-x^2+4x}$	Faktorregel
10	$f(x) = e^x - e^{2x}$	Summenregel

Übersicht aller Funktionen (2)

11	$f(x) = e^{3x} - e^{-x} + 20$	Summenregel
12	$f(x) = e^{2x} + e^x - 3$	Summenregel
13	$f(x) = e^{5x} + e$	Summenregel
14	$f(x) = (e^x)^2 - 2e^x$	Summenregel / Faktorregel
15	$f(x) = -e^{3x} + \frac{1}{2}e^{2x}$	Summenregel / Faktorregel
16	$f(x) = -e^{-x} - 2e^{-2x}$	Summenregel / Faktorregel
17	$f(x) = (-e^x)^2 + 4e$	
18	$f(x) = (-e^{4x})^{-2}$	
19	$f(x) = ((e^x)^3)^2$	
20	$f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^{-x}$	

Übersicht aller Funktionen (3)

21	$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$	
22	$f(x) = e^{-\frac{2}{x}}$	
23	$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot e^{\frac{3}{x^2}}$	
24	$f(x) = x \cdot e^x$	Produktregel
25	$f(x) = 2x \cdot e^{-x}$	Produktregel
26	$f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$	Produktregel
27	$f(x) = x^2 \cdot e^{\frac{3}{x}}$	Produktregel
28	$f(x) = x \cdot e^{x^2}$	Produktregel
29	$f(x) = (2 - x^2) \cdot e^x$	Produktregel
30	$f(x) = \sqrt{x} \cdot e^x$	Produktregel

Übersicht aller Funktionen (4)

31	$f(x) = e^{-2x} \cdot (x - 2x^2)$	Produktregel
32	$f_k(x) = 2kx \cdot e^{k \cdot x}$	Kurvenschar
33	$f_k(x) = 4x \cdot e^{-k \cdot x^2}$	Kurvenschar
34	$f(x) = (e^{-x} - 8)^2$	Kettenregel
35	$f(x) = (2x - e^{2x})^3$	Kettenregel
36	$f(x) = \sqrt{2e^x}$	Kettenregel
37	$f(x) = 3x \cdot (2e^{-x})^2$	Produktregel
38	$f(x) = \frac{2}{e^{3x}}$	
39	$f(x) = \frac{x}{e^{-x}}$	Quotientenregel
40	$f(x) = \frac{x - 2}{2e^{3x}}$	Quotientenregel

Übersicht aller Funktionen (5)

41	$g(x) = -50e^{-0,5x} + 150e^{-1,5x}$	Original ABI-Klausuraufgabe
42	$f(x) = 0,4 \cdot (3 - e^{0,2x})^2$	Original ABI-Klausuraufgabe
43	$g(x) = a \cdot (e^{bx} + e^{-bx})$	Original ABI-Klausuraufgabe
44	$f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot e^{-x}$	Original ABI-Klausuraufgabe
45	$f(t) = 3t \cdot e^{2-t}$	Original ABI-Klausuraufgabe
46	$f(x) = (1 - x) \cdot e^{2x}$	Original ABI-Klausuraufgabe
47	$f(x) = \frac{1}{4}e^x \cdot (x^2 - 2x)$	Original ABI-Klausuraufgabe
48	$f(t) = \frac{e^t}{(1 + e^t)^2}$	Original ABI-Klausuraufgabe
49	$f(x) = \frac{2}{1 + e^{1-x}}$	Original ABI-Klausuraufgabe
50	$f_k(x) = (x - k) \cdot e^{\frac{x}{k}+k}$	Original ABI-Klausuraufgabe

Aufgabe 1)

Funktion:

$$f(x) = e^x$$

1. Ableitung:

$$f'(x) = e^x$$

Bemerkung:

Die Ableitung von e^x ist wiederum e^x . Eine der wichtigsten Erkenntnisse, wenn e-Funktionen abgeleitet werden sollen!

Aufgabe 2)

Funktion:

$$f(x) = e^x + 3$$

1. Ableitung:

$$f'(x) = e^x$$

Bemerkung:

Die 3 fällt einfach weg. Natürlich auch jede andere Zahl die statt der 3 hier stehen würde.

$$3 = 3 \cdot x^0 \quad \Rightarrow \quad x^0 = 1$$
$$a \cdot x^n \longrightarrow a \cdot n \cdot x^{n-1}$$
$$3 \cdot x^0 \longrightarrow 3 \cdot 0 \cdot x^{0-1} = 0$$

ABGELEITET

Aufgabe 3)

Funktion:

$$f(x) = 2 \cdot e^x$$

1. Ableitung:

$$f'(x) = 2 \cdot e^x$$

Bemerkung:

Die 2, also der Faktor vor dem e^x bleibt bestehen!

→ **FAKTORREGEL**

Aufgabe 4)

Funktion:

$$f(x) = e^{x+3}$$

1. Ableitung:

$$1) \quad f'(x) = e^{x+3} \cdot 1$$

$$2) \quad f'(x) = e^{x+3}$$

Bemerkung:

Wenn im Exponenten nicht bloß ein x steht, muss man die Ableitung nur des Exponenten (hier: $x+3$) bilden (das wäre hier: 1) und diese dann als Faktor („Mal“) dazuschreiben.

Allgemein gilt: Innere mal äußere Ableitung (Kettenregel).

Aufgabe 5)

Funktion:

$$f(x) = e^{5x-2}$$

1. Ableitung:

$$1) \quad f'(x) = e^{5x-2} \cdot 5$$

$$2) \quad f'(x) = 5 \cdot e^{5x-2}$$

$$3) \quad f'(x) = 5e^{5x-2}$$

Bemerkung:

Die Ableitung von $5x-2$ ist 5. Gewusst?

Aufgabe 6)

Funktion:

$$f(x) = -e^{x+1}$$

1. Ableitung:

$$1) \quad f'(x) = -e^{x+1} \cdot 1$$

$$2) \quad f'(x) = -e^{x+1}$$

Bemerkung:

Das Minus vor dem e^x kann man auch als Faktor interpretieren, die Funktion sähe dann so aus: $f(x) = -1 \cdot e^{x+1}$. Und der Faktor bleibt erhalten, deshalb steht das Minus auch noch in der Ableitung!

Aufgabe 7)

Funktion:

$$f(x) = -e^{-3x}$$

1. Ableitung:

$$1) \quad f'(x) = -e^{-3x} \cdot (-3)$$

$$2) \quad f'(x) = 3 \cdot e^{-3x}$$

$$3) \quad f'(x) = 3e^{-3x}$$

Bemerkung:

Das Minus vor dem e^x kann man auch als Faktor interpretieren, die Funktion sähe dann so aus: $f(x) = -1 \cdot e^{-3x}$. Die -3 kann ich dann mit der -1 multiplizieren und es kommt $+3$ heraus!

Aufgabe 8)

Funktion:

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x^2}$$

1. Ableitung:

1) $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x^2} \cdot 4x$

2) $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot e^{2x^2}$

3) $f'(x) = 2 \cdot x \cdot e^{2x^2}$

4) $f'(x) = 2xe^{2x^2}$

$$2x^2 \neq (2x)^2$$
$$(2x)^2 = 4x^2 \quad \text{!}$$

Bemerkung:

Die Ableitung vom Exponenten $2x^2$ ist natürlich $4x$.

Aufgabe 9)

Funktion:

$$f(x) = -4 \cdot e^{-x^2+4x}$$

1. Ableitung:

$$1) \quad f'(x) = -4 \cdot e^{-x^2+4x} \cdot (-2x + 4)$$

$$2) \quad f'(x) = -4 \cdot (-2x + 4) \cdot e^{-x^2+4x}$$

$$3) \quad f'(x) = (8x - 16) \cdot e^{-x^2+4x}$$

↑
FAKTOR 1 ↖
FAKTOR 2

Bemerkung:

Du könntest zwar noch $f'(x) = (8x - 16) \cdot e^{-x^2+4x}$ ausklammern, lässt das aber so stehen, weil dies für die Untersuchung von Extremstellen einfacher ist. Um Extremstellen (Hoch- und Tiefpunkte) zu finden setzt du die erste Ableitung gleich Null. Wenn die Ableitung jetzt ein Produkt ist, kannst du jeden Faktor einzeln auf Nullstellen untersuchen. Siehe hierzu die Lernblätter Kurvendiskussion.

Stichwort: Satz vom Nullprodukt

$$3 \cdot 4 \cdot 0 \cdot 11 = \underline{\underline{0}}$$

Aufgabe 10)

Funktion:

$$f(x) = e^x - e^{2x}$$

1. Ableitung:

$$1) \quad f'(x) = e^x - e^{2x} \cdot 2$$

$$2) \quad f'(x) = e^x - 2 \cdot e^{2x}$$

$$3) \quad f'(x) = e^x \cdot (1 - 2e^x)$$

Bemerkung:

Hier habe ich im letzten Schritt e^x **ausgeklammert** (oder auch faktorisiert). Das ist nicht unbedingt nötig, aber wieder sehr nützlich, wenn man Extremstellen finden will! Stichwort „Satz vom Nullprodukt“. Siehe auch Aufgabe 9.